

Inhoudsopgave

Voorwoord	VII
Leeswijzer	IX
Wegwijs in het boek	IX
Gebruikte termen	IX
Hoofdstuk 1 Visie en uitgangspunten	1
1.1 Visie op reken-wiskundeonderwijs	2
1.2 Functionele gecijferdheid	3
1.3 Professionele gecijferdheid: de eigen vaardigheid van de leraar	4
1.4 Professionele gecijferdheid: de vakdidactische kennis van de leraar	5
1.5 De referentieniveaus	6
Hoofdstuk 2 Hoofdfasen in de leerlijn	9
2.0 De vier hoofdfasen binnen een leerlijn	10
2.1 Hoofdfase 1: begripsvorming	12
2.2 Hoofdfase 2: het ontwikkelen van procedures en strategieën	21
2.3 Hoofdfase 3: vlot rekenen en automatiseren	29
2.4 Hoofdfase 4: flexibel toepassen van rekenwiskundige kennis en vaardigheden	33
2.5 Leerdoelen behaald?	37
Hoofdstuk 3 Het handelingsmodel	39
3.1 Het handelingsmodel	41
3.2 De verschillende handelingsniveaus	45
3.3 Het handelingsmodel als model voor observatie	57
3.4 Het handelingsmodel als model voor afstemming van de didactiek – schakelen tussen de handelingsniveaus	59
3.5 Leerdoelen behaald?	60

Hoofdstuk 4	Het drieslagmodel	63
4.1	Het drieslagmodel als model voor probleemoplossend handelen	64
4.2	Het drieslagmodel als didactisch model	67
4.3	Het drieslagmodel als didactisch model voor de leraar	70
4.4	Het drieslagmodel als model voor observatie en interventie	73
4.5	Samenhang en afstemming tussen het handelingsmodel en het drieslagmodel	77
4.6	Leerdoelen behaald?	78
Hoofdstuk 5	Diagnosticerend onderwijzen.	
	Twaalf casussen ter verdieping van de modellen	79
5.0	Diagnosticerend onderwijzen	80
5.1	Casus 1: Observeren aan de hand van de modellen	82
5.2	Casus 2: Voorbereiden van de rekenlessen	84
5.3	Casus 3: Vertaalcirkel	85
5.4	Casus 4: Rekenmuur	90
5.5	Casus 5: Vragen stellen	92
5.6	Casus 6: Rekengesprek	94
5.7	Casus 7: Differentiatie in subgroepen	97
5.8	Casus 8: Verrijken van de rekenles	98
5.9	Casus 9: Als de rekenles te moeilijk wordt	100
5.10	Casus 10: De kracht van feedback	101
5.11	Casus 11: Groepsoverzicht als uitgangspunt	103
5.12	Casus 12: Groepsplan als uitgangspunt	105
	Verklarende woordenlijst	107
	Gebruikte afbeeldingen uit methodes	113
	Gebruikte literatuur	115

Leeswijzer

Wegwijs in het boek

Bij dit boek hoort een website www.erwd.nl. Op deze website vind je aanvullende informatie (bij de opdrachten), extra opdrachten en filmfragmenten. Telkens wanneer we in het boek naar extra materiaal op de website verwijzen vind je dit teken ► [www](http://www.erwd.nl) in de kantlijn. Begrippen die zijn opgenomen in de verklarende woordenlijst achterin het boek (pagina 107-112) staan in de kantlijn in **oranje** vermeld. De modellen die de basis vormen voor dit boek zijn ook afgedrukt op de uitklapbare achterflap. Zo zijn ze steeds bij de hand te houden tijdens het lezen van het boek.

Leren rekenen, ook als het moeilijk wordt. De modellen uit het Protocol ERWD in de praktijk richt zich in de eerste plaats op studenten aan pabo's en (beginnende) leraren in het basisonderwijs.

Het boek heeft vijf hoofdstukken. Hoofdstuk 1 is een inleiding waarin we kort de visie en uitgangspunten neerzetten. De hoofdstukken 2, 3 en 4 behandelen de modellen uit het Protocol ERWD: het *model hoofdfasen in de leerlijn*, het *handelingsmodel* en het *drieslagmodel*. Hoofdstuk 5 bestaat volledig uit casussen. In de hoofdstukken 2, 3 en 4 is ook steeds een casus opgenomen aan de hand waarvan het model dat centraal staat in het hoofdstuk geïllustreerd wordt.

Voorafgaand aan elk hoofdstuk worden kort de leerdoelen van het hoofdstuk benoemd. Deze opsomming geeft uiterst beknopt de kern van het betreffende hoofdstuk weer. Door middel van reflectie, vragen en opdrachten krijgt de lezer de gelegenheid de inhoud grondig te bestuderen. Aan het einde van elk hoofdstuk kan de lezer nagaan of de gestelde doelen behaald zijn.

Gebruikte termen

In *Leren rekenen, ook als het moeilijk wordt. De modellen uit het Protocol ERWD in de praktijk* duidt wij op de groep auteurs en anderen die dit boek (mede) hebben ontwikkeld.

Met *basisonderwijs* bedoelen wij het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

Voor de leesbaarheid gebruiken wij soms het woord 'rekenen' en we bedoelen daarmee de domeinen van rekenen zoals die ook in de referentieniveaus zijn beschreven: getallen, verhoudingen, meten en meetkunde, en verbanden.

Wij verwijzen naar de leerling, de leraar of andere betrokkenen met *hij* of *hem*. Uiteraard bedoelen wij dit in een *gender*-neutrale zin.

1

Visie en uitgangspunten

In dit hoofdstuk worden de uitgangspunten beschreven die de kern vormen van dit boek. Ook beschrijven we de *visie* waarop deze uitgangspunten zijn gebaseerd. We bespreken het doel van reken-wiskundeonderwijs op de basisschool in de paragraaf *functionele gecijferdheid*. De *eigen vaardigheid* van leraren en het vermogen om boven de stof te staan zijn van belang om verschillende oplossingswijzen van leerlingen te kunnen herkennen, om het wiskundig denken van leerlingen te bevorderen en om onderlinge verbanden te doorzien. De *vakdidactische kennis* van leraren is onontbeerlijk om goed rekenonderwijs te kunnen verzorgen. Dit boek wil leraren (in opleiding) handvatten bieden hun vakdidactische kennis te versterken.

- 1.1 Visie op reken-wiskundeonderwijs
- 1.2 Functionele gecijferdheid
- 1.3 Professionele gecijferdheid: de eigen vaardigheid van de leraar
- 1.4 Professionele gecijferdheid: de vakdidactische kennis van de leraar
- 1.5 De Referentieniveaus

1.1 Visie op reken-wiskundeonderwijs

‘Elk kind een jas die past’ is al een oud gezegde in het onderwijs, maar nog steeds actueel als kern van passend onderwijs. Er zijn nog altijd veel leerlingen bij wie de onderwijsjas niet past. Deze kinderen herkennen we in het rekenonderwijs als de leerlingen die ver boven of ver onder hun niveau moeten werken. Het onderwijsaanbod past niet bij hen: het is te moeilijk of te makkelijk. In beide gevallen ontwikkelen de kinderen zich onvoldoende.

Onderwijs – ook rekenonderwijs – heeft als doel leerlingen te begeleiden in hun ontwikkeling tot mensen die volwaardig mee kunnen doen in de samenleving: mensen die een onderzoekende houding ontwikkelen, die zich maatschappelijk weten te redden, die (binnen hun mogelijkheden) de opleiding kunnen volgen die hun interesse heeft en die een beroep kunnen uitoefenen dat bij hen past.

Zonder onderwijs ontwikkelt iemand zich natuurlijk ook, maar de huidige samenleving vraagt om specifieke kennis en vaardigheden. Ons onderwijs is zo ingericht dat iedereen toegang krijgt tot de kennis en vaardigheden die nodig zijn om zijn of haar eigen talenten zodanig te ontwikkelen dat men zich een goede plek in de samenleving kan verwerven en volwaardig mee kan doen aan de maatschappij. Onderwijs speelt enerzijds een belangrijke rol bij het ontdekken wat die goede plek in de samenleving is voor de meest uiteenlopende personen en is anderzijds ook bepalend voor waar men terecht komt. Niet iedereen kan of wil automonteur, chirurg of leraar worden. Dat heeft met aanleg en interesse te maken, maar ook met onderwijs.

Onderwijs is een samenspel tussen leerling, leerstof en leraar. Iedere leerling heeft recht op onderwijs dat goed afgestemd is op zijn of haar mogelijkheden en de leraar schept de voorwaarden waarbinnen leerlingen zich leerstof eigen kunnen maken. Hij houdt daarbij rekening met factoren als vaardigheidsniveau, motivatie en welbevinden. Als het onderwijs niet meer aansluit bij de onderwijsbehoeften en leermogelijkheden van de leerlingen ontstaan er problemen. Naarmate deze *afstemmingsproblemen* langer voortduren zal het meer moeite kosten om de hiaten te overbruggen die zijn ontstaan in rekenkennis en vaardigheden. Door langdurig over- of ondervragen van een leerling kunnen ook emotionele problemen ontstaan zoals faalangst of het gevoel niet gezien te worden. Dergelijke problemen kunnen een extra belemmering gaan vormen bij het leren.

Het *welbevinden* van de leerlingen is een cruciale factor in het proces van leren rekenen. Hebben de leerlingen plezier in rekenen? Hebben ze vertrouwen in hun eigen kunnen? Hoe gaan ze om met succeservaringen en met fouten? Hoe beginnen ze aan een nieuwe taak? De mate van zelfvertrouwen en het plezier in, of de aversie tegen, rekenen spelen een grote rol tijdens het verwerven van nieuwe rekenwiskundige kennis, vaardigheden en inzichten. De leraar speelt een grote rol in het bevorderen en bewaken van het welbevinden van leerlingen bij het vak rekenen.

Passend onderwijs begint bij goed onderwijs. De leraar is de professional. Hij heeft kennis van de ontwikkeling van leerlingen in het algemeen en, in het kader van dit boek, specifieke kennis van de rekenwiskundige ontwikkeling van leerlin-

afstemmings-
problemen

welbevinden

passend onderwijs

gen. De kwaliteit van de leraar heeft direct effect op de rekenprestaties van de leerlingen (Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen, 2009). De leraar is niet alleen, maar werkt in een team van professionals met collega's van andere groepen, de *intern begeleider* (IB'er) en op steeds meer scholen ook een rekencoördinator. Gezamenlijk hebben zij de zorg voor de optimale ontwikkeling van elke individuele leerling van de school. Dit doet een groot beroep op de professionaliteit van de leraar en van teams van leraren.

intern begeleider

Leren rekenen, ook als het moeilijk wordt... De modellen uit het protocol ERWD in de praktijk biedt leraren (in opleiding) handvatten om hun rekenwiskundelessen af te stemmen op de ontwikkeling van iedere leerling in hun groep.

1.2 Functionele gecijferdheid

Waarom leren we rekenen? Er zijn toch rekenmachines en computers die het rekenen voor het grootste deel van ons overgenomen hebben?

Op school leren we rekenen om ons vervolgens in de maatschappij te kunnen redden. We hebben rekenkennis en -vaardigheden nodig om in het voortgezet onderwijs mee te kunnen, niet alleen bij wiskunde of natuurkunde, maar bij vrijwel alle vakken: van tekenen tot economie. We hebben rekenkennis ook nodig in beroepen, variërend van verpleegkundige tot accountant, van diëtist tot schilder en van makelaar tot waterbouwkundige. En we moeten leren rekenen om *functioneel gecijferd* te worden. Dit houdt in dat mensen – ook buiten school – hun rekenvaardigheid optimaal kunnen gebruiken in dagelijkse situaties die daarom vragen. Rekenen is in het dagelijks leven altijd ingebed in een functionele situatie. Buiten de school hebben getallen betekenis en bestaan er geen 'kale sommen'. Goed kunnen rekenen is op school een doel op zichzelf, daarbuiten is het een middel (zie ook Boekaerts & Simons, 1995). Bijvoorbeeld: voorkomen dat je afgezet wordt omdat je de berekening van een leverancier niet goed begrijpt; het kortingspercentage kunnen berekenen om te weten of een auto bij dealer A of dealer B goedkoper is; de prijs bepalen van vloerbedekking voor je woonkamer enzovoort. Hoe effectief pak je deze rekensituaties aan en wat zet je in aan kennis en vaardigheden om antwoorden op je vragen te krijgen. Dáár gaat het om bij functionele gecijferdheid.

functioneel
gecijferd

Op school moeten daarom niet alleen de schoolse rekenvaardigheden onderwezen worden, maar moet tevens de verbinding gelegd worden tussen het schoolse rekenen en het functionele rekenen uit het dagelijks leven. Een voorbeeld daarvan vinden we in de Citotoetsen, die vragen vooral naar functionele gecijferdheid. Als de verbinding tussen schoolse en functionele gecijferdheid goed tot stand gebracht wordt, zullen leerlingen de functionaliteit van de *rekenwiskundige concepten* en *oplossingsprocedures* begrijpen en op de juiste momenten kunnen toepassen. De modellen uit het protocol ERWD: *hoofd fasen in de leerlijn* (hoofdstuk 2), evenals het *handelingsmodel* en het *drieslagmodel* uit hoofdstuk 3 en 4 bieden de (aanstaande) leraar de didactische modellen die hij nodig heeft om zijn rekenonderwijs goed te kunnen afstemmen.

rekenwiskundige
concepten

oplossings-
procedures

hoofd fasen in de
leerlijn

handelingsmodel
drieslagmodel

KERN

Bij functionele gecijferdheid gaat het om adequaat kunnen handelen met getallen, maten en hoeveelheden in functionele, dagelijkse situaties.

Functionele gecijferdheid kan veel vormen hebben, zoals blijkt uit de volgende voorbeelden:

- kunnen interpreteren van de vertrektijden-app van de spoorwegen en dat omzetten in handelen: naar het juiste perron gaan en kunnen zien of je op tijd bent om die trein te halen;
- weten of je genoeg wisselgeld terugkrijgt;
- kunnen inschatten hoe lang je doet over 10 kilometer fietsen;
- een recept kunnen aanpassen aan het aantal personen waar je voor moet koken;
- bij allerlei werkzaamheden in en om huis adequaat met de bijbehorende getallen en maten kunnen omgaan. Hoeveel muurverf heb ik nodig voor deze kamer? Hoeveel schroeven heb ik nodig voor dit wandje? Past die lounge-set op ons terras en de kerstboom in de kamer?
- de kosten van het gebruik van een mobieltje bij verschillende providers berekenen;
- je uitgaven kunnen afstemmen op je inkomsten en op de periode tot je volgende salaris op je bankrekening staat;
- heeft het zin om over de grens te gaan tanken? De prijs is lager maar je moet ook heen en terug.

Functionele gecijferdheid wil zeggen dat je je rekenkennis en rekenvaardigheden durft te gebruiken. Voor alle leerlingen, dus ook voor hen die problemen ondervinden met leren rekenen, is het daarom van groot belang dat we in het onderwijs alles op alles zetten om hen een zo stevig mogelijke basis van functionele gecijferdheid te laten verwerven.

1.3 Professionele gecijferdheid: de eigen vaardigheid van de leraar

professionele
gecijferdheid

Het geheel aan inhoudelijke en didactische reken-wiskundige kennis, vaardigheden en inzichten van een leraar noemen we *professionele gecijferdheid*. Binnen de professionele gecijferdheid van leraren maken we onderscheid tussen eigen vaardigheid en vakdidactische vaardigheid. Onder de eigen vaardigheid van leraren verstaan we dat zij:

- over voldoende rekenvaardigheid beschikken;
- zelf voldoende gecijferd zijn.

Rekenvaardigheid is, evenals taalvaardigheid, van groot belang om goed te kunnen functioneren in onze samenleving. Daarom is een bepaald minimum van

functionele gecijferdheid noodzakelijk. Functionele gecijferdheid is daarmee ook een minimumdoel voor het onderwijs. In Nederland is dat minimumniveau vastgesteld op *referentieniveau 2F*, in aansluiting op Europese afspraken daarover. Dit referentieniveau is ook de basis om verder te kunnen leren voor een beroep (bijvoorbeeld op mbo-niveau). Verschillende beroepen vragen echter een veel grotere beroepsspecifieke rekenvaardigheid (3F). Dit geldt ook voor de leraar in het basis-onderwijs. In paragraaf 1.5 gaan we dieper in op de referentieniveaus.

referentieniveau 2F

De eigen vaardigheid van leraren, hoe belangrijk ook, valt echter buiten de kaders van dit boek. Wij richten ons hier op de vakdidactische kennis van de leraar.

KERN

Professionele gecijferdheid van leraren betreft zowel de inhoudelijke rekenwiskundige kennis als de vakdidactische kennis, vaardigheden en inzichten die de leraar nodig heeft om het leren van rekenen-wiskunde door basisschoolleerlingen mogelijk te maken.

1.4 Professionele gecijferdheid: de vakdidactische kennis van de leraar

In dit boek richten wij ons op de vakdidactische kennis en vaardigheden van de leraar. De mate waarin een leraar beschikt over vakdidactische kennis en vaardigheid bepaalt in hoge mate de kwaliteit van zijn rekenlessen. In de Kennisbasis Rekenen (Van Zanten et al., 2009; Van Zanten, 2011) is opgenomen dat een startbekwame leraar in staat moet zijn om:

- het vak rekenen-wiskunde betekenis te geven voor leerlingen;
- de leerlingen verschillende oplossingsprocessen te leren en niveauverhoging bij leerlingen te realiseren;
- het wiskundig denken van leerlingen te bevorderen.

Wij voegen daaraan toe dat leraren kennis moeten hebben van de uitwerkingen van de referentieniveaus voor het rekenwiskunde-onderwijs (zie paragraaf 1.5). Om het vak rekenen-wiskunde betekenis te kunnen geven voor leerlingen moet de leraar goed op de hoogte zijn van de verschillende domeinen en leerlijnen waarin het rekenwiskunde-onderwijs verdeeld is. We onderscheiden *vier domeinen*: 1) Getallen en bewerkingen, 2) meten en meetkunde, 3) verhoudingen en 4) verbanden. Binnen die vier domeinen worden verschillende leerlijnen onderscheiden. Neem bijvoorbeeld het domein meten, waarbinnen we de volgende leerlijnen onderscheiden: lengte en omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, temperatuur, tijd en geld. Een leerlijn is een beredeneerde opbouw van leerinhouden. Een leerlijn geeft aan welke stappen er achtereenvolgens doorlopen moeten worden om tot een bepaald einddoel te kunnen komen. De einddoelen van de leerlijnen op de basisschool zijn in de wet vastgelegd door de Kerndoelen Rekenen-

vier domeinen

Wiskunde (2006). De leraar die weet wat er te leren valt, is beter in staat om betekenis te verlenen aan de verschillende onderdelen en stappen die de leerlingen moeten zetten.

De leraar zorgt ervoor dat leerlingen zich oplossingsprocessen eigen maken en hij zorgt voor niveauverhoging als hij zijn rekenwiskundelessen weet af te stemmen op de ontwikkeling van de leerlingen in zijn groep. Leerlijnen bieden de leraar structuur bij het kiezen van *leerstof* en *leermiddelen* en bij het vaststellen van de volgorde waarin de leerlingen werken aan de *leerdoelen*. De *rekenmethode* is een belangrijk hulpmiddel voor de leraar, maar de kennis en vaardigheden van de leerlingen moeten leidend zijn in het onderwijs, niet de methode. De leraar zorgt ervoor dat de inhoud van zijn lessen en de leermaterialen waarmee de leerlingen werken aansluiten bij het niveau van elke leerling.

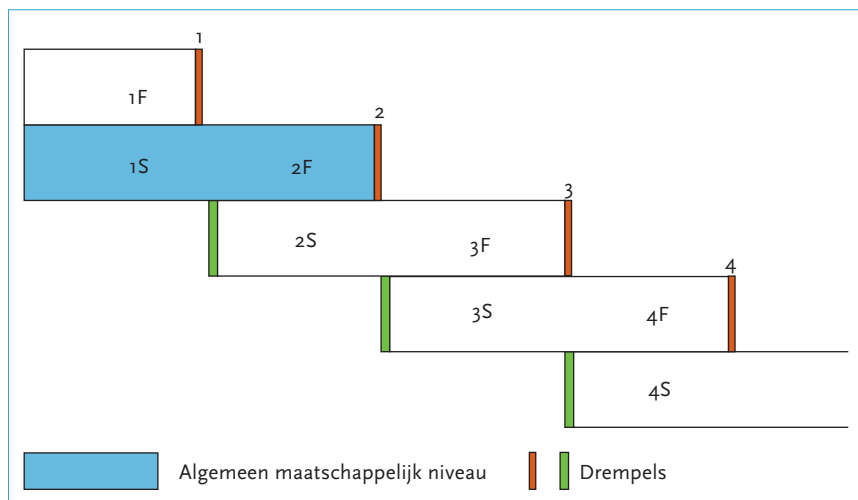
Een leraar die het vak rekenen-wiskunde 'in de vingers heeft' bevordert het wiskundig denken van de leerlingen door regelmatig met de leerlingen na te denken over wiskundige vraagstukken. Hij durft de leerlingen ook de vrijheid te geven om zelf na te denken over vraagstukken die de stof van het leerjaar misschien wel overstijgen.

1.5 De referentieniveaus

kerndoelen De *kerndoelen* beschrijven wat het aanbod moet zijn in het basisonderwijs: aanbodsdoelen. Omdat het aanbod niet aangeeft op welk niveau leerlingen de leerstof moeten beheersen, zijn referentieniveaus in de wet (2010) vastgelegd. De referentieniveaus beschrijven specifiek wat leerlingen moeten begrijpen, kennen en kunnen op elk niveau: beheersingsdoelen.

twee referentieniveaus De Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (2008) heeft voor *het eind van het basisonderwijs voor rekenen-wiskunde twee referentieniveaus geformuleerd: Streefniveau 1S en Fundamenteel niveau 1F*. In principe moeten alle leerlingen aan het eind van de basisschool de doelen van 1S beheersen. We weten echter dat er leerlingen zijn die dit niveau, ook na extra inspanning en begeleiding, niet kunnen halen. Voor deze leerlingen is een minimum- of fundamenteel niveau geformuleerd: 1F. Dit zijn doorgaans kinderen die in het vervolgonderwijs naar VMBO-BB of VMBO-KB gaan. Leraren zullen moeten verantwoorden, waarom ze ervoor kiezen, kinderen naar 1F in plaats van naar 1S zullen laten werken. Er zullen ook leerlingen zijn die ondanks alle inspanningen 1F niet halen. Meestal zijn dit de leerlingen die naar het Praktijkonderwijs gaan of leerlingen die wel naar vmbo BB gaan, maar erg veel moeite met rekenen hebben (bron: http://www.slo.nl/primair/leergebieden/rekenen/leerlijn/Doorlopende_leerlijnen.doc/).





1.1 Opbouw van de referentieniveaus voor rekenen

Deze referentieniveaus zijn geformuleerd in opdracht van het ministerie van OCW en per augustus 2010 vastgelegd in de wet. Voor het basisonderwijs zijn ze een aanvulling op de *kerndoelen* (2006).

kerndoelen

Om verantwoorde keuzes te kunnen maken voor verschillende leerlingen moeten leraren dan ook weten wat de mogelijkheden van leerlingen op het gebied van rekenen-wiskunde zijn. Leerlingen die al vroeg problemen met rekenen hebben en die ondanks goede extra begeleiding blijvend niet goed mee kunnen komen met de groep, zullen vanaf groep 6 wellicht een aangepast programma mogen volgen dat zich richt op niveau 1F. De keuze om naar het fundamenteel niveau 1F toe te werken moet weloverwogen gemaakt worden en kan nooit de beslissing van één leraar zijn. Voor een uitgebreide checklist zie de website.



Ook voor de hele goede leerlingen moet de leraar keuzes maken. Voor deze leerling houdt het niet op bij 1S. Goede verrijking, die verder gaat dan de gebruikelijke lesstof, maar die leerlingen in hoge mate stimuleert om te analyseren, evalueren en te creëren, is heel belangrijk voor de ontwikkeling van deze kinderen. Het doel van de invoering van een referentiekader voor taal en rekenen is een algemene niveauverhoging op het gebied van taal en rekenen. Daarnaast is het de bedoeling dat er doorlopende leerlijnen naar het voortgezet onderwijs ontstaan en dat het taal- en rekenonderwijs van de verschillende schooltypes (van de basisschool tot het hoger onderwijs) beter op elkaar aansluiten.