

samengevat.nl

samen gevat }

havo

Wiskunde B



ThiemeMeulenhoff

www.samengevat.nl

samen gevat }

havo

wiskunde B

N.C. Keemink

P. Thiel



Vormgeving:

Criterium, Arnhem

Opmaak:

Grafivorm, Meppel

Omslagfoto:

Shutterstock / Gorodenkoff

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt zich van educatieve uitgeverij tot een learning design company. We brengen content, leerontwerp en technologie samen. Met onze groeiende expertise, ervaring en leeroplossingen zijn we een partner voor scholen bij het vernieuwen en verbeteren van onderwijs. Zo kunnen we samen beter recht doen aan de verschillen tussen lerenden en scholen en ervoor zorgen dat leren steeds persoonlijker, effectiever en efficiënter wordt.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 07873 2

vijfde druk, zesde oplage, 2022

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2016

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.

Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.

Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

voorwoord

Beste examenkandidaat,

Voor je ligt de geheel vernieuwde Samengevat, aangepast aan de exameneisen die vanaf 2017 van kracht zijn geworden.

Alle onderwerpen die in de examens aan de orde komen, worden in dit boek kort en systematisch weergegeven.

In het eerste hoofdstuk worden de algebraïsche vaardigheden, zoals de breuken, wortels en het rekenen met letters behandeld. In de hoofdstukken 2 t/m 7 komen alle soorten functies, differentiëren, meetkunde en cirkels aan bod. Het gebruik van de grafische rekenmachines wordt in hoofdstuk 8 (TI) en hoofdstuk 9 (CASIO) samengevat.

De theorie van elk onderwerp wordt op de linker bladzijde behandeld. Hoofd- en bijzaken worden onderscheiden waardoor je inzicht krijgt in de grote lijnen van de stof en in de samenhang tussen de verschillende onderwerpen.

Op de rechter bladzijde staan de vragen die aansluiten bij de theorie van de linker bladzijde. Direct na iedere vraag volgt het antwoord. Je kan dus direct nagaan of je de theorie begrepen hebt en de stof beheerst.

Elk hoofdstuk eindigt met een serie hoofdzaken op de linker pagina's en enkele denkactiviteiten op de rechter pagina's. In de hoofdzaken is de kennis van dit hoofdstuk die je nodig zou kunnen hebben voor de denkactiviteiten nog een keer kort bij elkaar gezet. Deze denkactiviteiten zijn complexere opgaven waarin je meerdere denkstappen moet nemen om het probleem op te lossen. De denkactiviteiten sluiten goed aan bij de opgaven van de schoolexamens en het centraal examen.

Met Samengevat bereid je je zelfstandig voor op het examen. Hoewel alle onderwerpen in dit boek tot de lesstof voor het centraal examen behoren, wordt kennis hiervan voor een deel ook op het schoolexamen gevraagd. Om die reden en omdat Samengevat een uitgebreid trefwoorden-register bevat, is dit boek ook al bruikbaar in 4-havo.

Gecombineerd met de Examenbundel havo wiskunde B vormt deze Samengevat de beste voorbereiding op je examen. De theorie vind je in Samengevat en je oefent met de opgaven uit de Examenbundel!

Samengevat en Examenbundel zijn naast elke methode te gebruiken.

Heb je opmerkingen? Meld het ons via vo@thiememeulenhoff.nl.

Amersfoort, juli 2020

hoe werk je met dit boek?

In SAMENGEVAT vormen linker- en rechterbladzijde een geheel. De begrippen die links kort worden weergegeven, worden rechts nader toegelicht (door voorbeeldvragen).

LINKERBLADZIJDE

Op de linkerbladzijde staan boomdiagrammen die de onderlinge relaties van begrippen laten zien.

De linkerbladzijde dient als een checklist om snel na te gaan of de genoemde onderwerpen bekend zijn.

dit is het **hoofdbegrip**

→ **vergelijking van lijn opstellen** $y = rx + p$

begrip van 1^e orde, geeft toelichting

eerste manier

op **vergelijking van lijn opstellen**

→ ■ **twee punten zijn gegeven** $P(a,b)$ en $Q(c,d)$

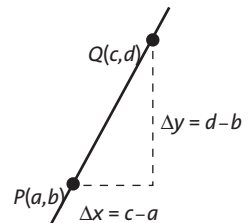
cursieve tekst geeft de relatie met

→

in twee stappen

de volgende opsomming aan

$$\text{■ } r = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{d - b}{c - a} \quad \text{berekening richtingscoëfficiënt}$$



begrip van 2^e orde, geeft informatie →

■ **$P(a,b)$ in $y = rx + p$ invullen om p te berekenen**

als **twee punten gegeven** zijn

of $y - b = r(x - a)$ uitwerken

geeft meteen de vergelijking

begrippen van 3^e orde zijn ook

of beide punten gebruiken

mogelijk: geven toelichting op

■ **vul $P(a,b)$ en $Q(c,d)$ in** de vergelijking $y = rx + p$ in;

begrip van 2^e orde

er ontstaan 2 vergelijkingen met 2 onbekenden

tweede manier

■ **uit grafiek $y = rx + p$**

twee mogelijkheden

■ **snijpunt met verticale as** is $(0,p)$ en bepaal met behulp van grafiek richtingscoëfficiënt r

■ **lees twee punten af** uit de grafiek $P(a,b)$ en $Q(c,d)$ en bereken de vergelijking met behulp van deze twee punten

RECHTERBLADZIJDE

Op de rechterbladzijde vind je nadere informatie die je nodig hebt als de begrippen links onvoldoende bekend zijn.

Bij wiskunde B bestaat de toelichting in hoofdzaak uit opgaven voorzien van voorbeelduitwerkingen.

Hier vind je een voorbeeld van een vraagstuk over een onderwerp links.

→ **vergelijking van een lijn opstellen als twee punten gegeven zijn**

- Bepaal een vergelijking van de lijn door de punten $(1, 8)$ en $(3, -1)$

- eerste manier: $rc = \frac{-1-8}{3-1} = \frac{-9}{2} = -4\frac{1}{2}$

$y = -4\frac{1}{2}x + b$ bv. $(1, 8)$ invullen geeft $8 = -4\frac{1}{2} \cdot 1 + b$ dus $b = 12\frac{1}{2}$

- vergelijking wordt: $y = -4\frac{1}{2}x + 12\frac{1}{2}$

- tweede manier: $rc = \frac{-1-8}{3-1} = \frac{-9}{2} = -4\frac{1}{2}$

bv. $(1, 8)$ invullen in $y - b = -4\frac{1}{2}(x - a)$ geeft $y - 8 = -4\frac{1}{2}(x - 1)$

vergelijking wordt: $y = -4\frac{1}{2}x + 12\frac{1}{2}$

De vraagstelling is altijd cursief.

inhoud

voorwoord	3
hoe werk je met dit boek?	4
1 algebraïsche vaardigheden	6
2A lineaire functies	12
2B functies (machts-, wortel- en gebroken-)	30
3 exponentiële en logaritmische functies	66
4 periodieke functies	92
5 veranderingen en afgeleide functies	116
6 berekeningen in de meetkunde	138
7 cirkels en lijnen	160
8 grafische rekenmachine Texas Instruments (TI-84)	176
9 grafische rekenmachine CASIO	192
trefwoordenregister	209
examenwerkwoorden	213

1 Algebraïsche vaardigheden rekenen zonder rekenmachine

rekenen en volgorde van bewerking

bijv. bereken $2^3 \cdot 3 + 5 \cdot 2 - 12 : 4 =$

■ **machtsverheffen** $8 \cdot 3 + 5 \cdot 2 - 12 : 4 =$

■ **vermenigvuldigen en/of delen** $24 + 10 - 3 =$

■ **optellen en/of aftrekken** $24 + 10 - 3 = 31$

met haakjes $3 \cdot (2^3 \cdot 3 + 5 \cdot 2) - 12 : 4 =$

■ **eerst binnen haakjes uitkomst berekenen** $3 \cdot (8 \cdot 3 + 10) - 12 : 4 = 3 \cdot (34) - 12 : 4 =$
 $= 3 \cdot (34) - 12 : 4 = 102 - 3 = 99$

breuken gelijknamig maken schrijf als één breuk, dus als $\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$

■ $\frac{A}{n} = \frac{1}{n} \cdot A$ zo geldt $\frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cdot x$

■ $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{B}{AB} + \frac{A}{AB} = \frac{A+B}{AB}$

■ $\frac{1}{A} + 1 = \frac{1}{A} + \frac{A}{A} = \frac{1+A}{A}$

■ $\frac{1}{A} + B = \frac{1}{A} + \frac{A \cdot B}{A} = \frac{1+A \cdot B}{A}$

■ $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD}{BD} + \frac{BC}{BD} = \frac{AD+BC}{BD}$

■ $A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A}{1} \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C}$ maar is ook te schrijven als $A \cdot B \cdot \frac{1}{C} = B \cdot \frac{A}{C}$

■ $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$

■ $\frac{A}{\left(\frac{B}{C}\right)} = A \cdot \frac{C}{B} = \frac{A}{1} \cdot \frac{C}{B} = \frac{A \cdot C}{B}$ delen door een breuk is vermenigvuldigen met z'n omgekeerde

breuken vereenvoudigen door boven en onder door hetzelfde getal te delen

■ $\frac{A \cdot C}{A \cdot B} = \frac{\cancel{A} \cdot C}{\cancel{A} \cdot B} = \frac{C}{B}$

■ $\frac{A+C}{A \cdot B}$ niet vereenvoudigen

■ $\frac{A^3 \cdot B \cdot C^2}{A^2 \cdot B^3} = \frac{A \cdot A \cdot A \cdot B \cdot C^2}{A \cdot A \cdot B \cdot B \cdot B} = \frac{\cancel{A} \cdot \cancel{A} \cdot A \cdot \cancel{B} \cdot C^2}{\cancel{A} \cdot \cancel{A} \cdot \cancel{B} \cdot B \cdot B} = \frac{A \cdot C^2}{B^2}$

■ $\frac{A^2 + AB}{A^2 \cdot B} = \frac{A \cdot (A+B)}{A \cdot A \cdot B} = \frac{\cancel{A} \cdot (A+B)}{\cancel{A} \cdot A \cdot B} = \frac{A+B}{A \cdot B}$

breuken kruislings vermenigvuldigen

■ $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ herschrijven tot $A \cdot D = B \cdot C$ mits $B \neq 0$ én $D \neq 0$

1.1 herschrijf onderstaande opgaven tot één breuk zonder rekenmachine

a $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} =$

d $\frac{3}{x} + 2 =$

g $\frac{2+x}{3x+1} + \frac{5}{x-1} =$

b $1\frac{2}{9} - \frac{3}{5} =$

e $3 + \frac{1}{5x} + \frac{2}{x^2} =$

h $\frac{3x+5}{4-x} - x^2 + 1 =$

c $1\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5} =$

f $x^2 \cdot \frac{3+5x}{x^2+1} + 2 =$

a $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{15}{20} + \frac{4}{20} = \frac{19}{20}$

b $1\frac{2}{9} - \frac{3}{5} = \frac{11 \cdot 5}{9 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 9} = \frac{55}{45} - \frac{27}{45} = \frac{28}{45}$

c breuk eerst herschrijven tot $\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$ dus zonder getallen er voor: $1\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{11}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{33}{45} = \frac{11}{15}$

d $\frac{3}{x} + 2 = \frac{3}{x} + \frac{2x}{x} = \frac{3+2x}{x}$

e nieuwe noemer wordt $5x^2$ dus $3 + \frac{1}{5x} + \frac{2}{x^2} = \frac{3 \cdot 5x^2}{5x^2} + \frac{1 \cdot x}{5x^2} + \frac{2 \cdot 5}{5x^2} = \frac{15x^2 + x + 10}{5x^2}$

f $x^2 \cdot \frac{3+5x}{x^2+1} + 2 = \frac{x^2}{1} \cdot \frac{(3+5x)}{x^2+1} + \frac{2(x^2+1)}{x^2+1} = \frac{3x^2+5x^3}{x^2+1} + \frac{2x^2+2}{x^2+1} = \frac{5x^3+5x^2+2}{x^2+1}$

g $\frac{2+x}{3x+1} + \frac{5}{x-1} = \frac{(2+x)(x-1) + 5(3x+1)}{(3x+1)(x-1)} = \frac{x^2+16x+3}{(3x+1)(x-1)}$

h $\frac{3x+5}{4-x} - x^2 + 1 = \frac{3x+5}{4-x} + \frac{-x^2+1}{1} = \frac{(3x+5) \cdot 1 + (-x^2+1)(4-x)}{4-x} = \frac{x^3-4x^2+2x+9}{4-x}$

1.2 schrijf als één breuk en vereenvoudig zo ver mogelijk

a $\frac{1\frac{2}{9}}{4\frac{2}{5}} =$

c $\frac{12a^2 \cdot b \cdot c^3}{6a^3 \cdot b \cdot c} =$

e $\frac{4a^2}{b^3} \cdot \frac{3a^2+b}{a^3 \cdot b \cdot c} =$

b $\frac{a}{2} + \frac{5a^2}{a} =$

d $\frac{\frac{1}{x} + 3}{\frac{2}{x} + 5} =$

f $\left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(\frac{1}{x-y}\right) =$

a $\frac{1\frac{2}{9}}{4\frac{2}{5}} = \frac{\left(\frac{11}{9}\right)}{\left(\frac{22}{5}\right)} = \frac{11}{9} \cdot \frac{5}{22} = \frac{55}{198} = \frac{5}{18}$

b $\frac{a}{2} + \frac{5a^2}{a} = \frac{1}{2}a + 5a = 5\frac{1}{2}a$ of $= \frac{11a}{2}$

c $\frac{12a^2 \cdot b \cdot c^3}{6a^3 \cdot ba \cdot c} = \frac{2c^2}{a}$

d $\frac{\frac{1}{x} + \frac{3x}{x}}{\frac{2}{x} + \frac{5x}{x}} = \frac{\left(\frac{1+3x}{x}\right)}{\left(\frac{2+5x}{x}\right)} = \frac{1+3x}{x} \cdot \frac{x}{2+5x} = \frac{x(1+3x)}{x(2+5x)} = \frac{1+3x}{2+5x}$

e $\frac{4a^2}{b^3} \cdot \frac{3a^2+b}{a^3 \cdot b \cdot c} = \frac{4a^2 \cdot (3a^2+b)}{b^3 \cdot (a^3 \cdot b \cdot c)} = \frac{12a^4 + 4a^2 \cdot b}{a^3 \cdot b^4 \cdot c} = \frac{a^2 \cdot (12a^2 + 4b)}{a^3 \cdot b^4 \cdot c} = \frac{12a^2 + 4b}{a \cdot b^4 \cdot c}$

f $\left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(\frac{1}{x-y}\right) = \left(\frac{y-x}{y}\right) \left(\frac{1}{x-y}\right) = \left(\frac{y-x}{y}\right) \left(\frac{1}{x-y}\right) = \frac{y-x}{y(x-y)} = \frac{-x+y}{y(x-y)} = \frac{-(x-y)}{y(x-y)} = \frac{-1}{y}$

rekenen met tweedemachtswortels

- $\sqrt{A^2} = A$ als $A \geq 0$
- $\sqrt{A^2} = -A$ als $A < 0$
- $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ mits $A \geq 0$ én $B \geq 0$
- $\sqrt{A^2 \cdot B} = \sqrt{A^2} \cdot \sqrt{B} = A \cdot \sqrt{B}$ mits $A \geq 0$ én $B \geq 0$; als het getal onder het wortelteken te delen is door een kwadraat, dus door 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... kun je de wortel vereenvoudigen:
 - $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
 - $\sqrt{4 \cdot x} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$
 - $\sqrt{8 \cdot x^3} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x} = \sqrt{4 \cdot x^2 \cdot 2 \cdot x} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{2x} = 2x\sqrt{2x}$
- $\sqrt{A+B}$ is niet te vereenvoudigen want $\sqrt{A+B} \neq \sqrt{A} + \sqrt{B}$
- $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ mits $A \geq 0$ én $B > 0$
- $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \cdot \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{B} = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{AB}$ mits $A \geq 0$ én $B > 0$
herschrijf tot een vorm zonder wortel in de noemer
 - $\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 7}}{\sqrt{7^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{1}{7} \cdot \sqrt{21}$
- $b \cdot \sqrt{A} + c \cdot \sqrt{A} = (b+c) \cdot \sqrt{A}$
- $\sqrt{A+B} = C$ wortel wegwerken
 - **wortel isoleren** $\sqrt{A} = C - B$
 - **kwadrateer** om de wortel weg te werken $(\sqrt{A})^2 = (C-B)^2$ dus $A = (C-B)^2$
 - **controleer** het antwoord

rekenen met wortels

- $\sqrt[q]{A^p} = A^{\frac{p}{q}}$
voorbeelden
 - $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
 - $\sqrt[5]{x^2} = x^{\frac{2}{5}}$
 - $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$
- $\sqrt[q]{A^q} = A^{\frac{q}{q}} = A$
- $A \sqrt[q]{A^p} = A^1 \cdot A^{\frac{p}{q}} = A^{1+\frac{p}{q}}$

1.3 vereenvoudig zo ver mogelijk en schrijf het antwoord zonder wortelteken in de noemer

$$a \quad \sqrt{8} + \sqrt{50} =$$

$$b \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt{35} =$$

$$c \quad \sqrt{5} + \sqrt{3} =$$

$$d \quad \sqrt{3\frac{2}{5}} =$$

$$a \quad \sqrt{8} + \sqrt{50} = \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2} + 5 \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot \sqrt{2}$$

$$b \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt{35} = \sqrt{245} = \sqrt{49 \cdot 5} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot \sqrt{5}$$

$$c \quad \sqrt{5} + \sqrt{3} = \text{kan niet verder vereenvoudigd worden}$$

$$d \quad \sqrt{3\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{17}{5}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{85}}{5} = \frac{1}{5} \sqrt{85} \quad (85 \text{ is niet te delen door } 4, 9, 26, 25, \dots \text{ dus het antwoord is niet verder te vereenvoudigen.})$$

1.4 herschrijf tot x^t

$$a \quad \sqrt[4]{x} =$$

$$b \quad \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} =$$

$$c \quad x^2 \cdot \sqrt[3]{x} =$$

$$d \quad \sqrt{\frac{1}{x}} =$$

$$a \quad \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$b \quad \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^1 = x$$

$$c \quad x^2 \cdot \sqrt[3]{x} = x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{2\frac{1}{3}}$$

$$d \quad \sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

1.5 vereenvoudig zo ver mogelijk

$$a \quad \sqrt{9x^2} =$$

$$b \quad \sqrt[4]{16x} =$$

$$c \quad \sqrt[3]{8} + \sqrt{x} =$$

$$d \quad \sqrt{18} \cdot \sqrt{x^4} =$$

$$e \quad \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} =$$

$$a \quad \sqrt{9x^2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{x^2} = 3 \cdot x$$

$$b \quad \sqrt[4]{16x} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{x} = 2 \cdot \sqrt[4]{x} \quad \text{want } 2^4 = 16$$

$$c \quad \sqrt[3]{8} + \sqrt{x} = 2 + \sqrt{x}$$

$$d \quad \sqrt{18} \cdot \sqrt{x^4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} \cdot x^{\frac{4}{2}} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot x^2$$

$$e \quad \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^1 = x$$

rekenen met letters

optellen van dezelfde vormen, let op dat de letters en bijbehorende machten hetzelfde zijn

- $A^2 + A^2 = 2 \cdot A^2$ en $5A + 7A = 12A$
 - $5A^2 \cdot B^3 \cdot C + 7A^2 \cdot B^3 \cdot C = 12A^2 \cdot B^3 \cdot C$
 - $A^2 \cdot B \cdot C + 7A^2 \cdot B^3 \cdot C$ niet samennemen
 - bijvoorbeeld $A^2 + A$ en $A + AB$ kunnen niet worden samengenomen

vermenigvuldigen, delen, machtsverheffen (zie ook H3 exponentiële functies)

- $A^p \cdot A^q = A^{p+q}$ bijvoorbeeld $A^3 \cdot A^4 = A \cdot A \cdot A \cdot A \cdot A \cdot A \cdot A = A^7$
- $\frac{A^p}{A^q} = A^{p-q}$ bijvoorbeeld $\frac{A^5}{A^3} = \frac{\cancel{A} \cdot \cancel{A} \cdot \cancel{A} \cdot A \cdot A}{\cancel{A} \cdot \cancel{A} \cdot \cancel{A}} = A^2$
- $\frac{1}{A^q} = A^{-q}$ bijvoorbeeld $\frac{1}{A^4} = A^{-4}$
- $(A^p)^q = A^{p \cdot q}$ bijvoorbeeld $(A^4)^3 = A^4 \cdot A^4 \cdot A^4 = A^{4 \cdot 3} = A^{12}$

bijzondere producten

- $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
- $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$
- $(A+B)(C+D) = A(C+D) + B(C+D) = AC + AD + BC + BD$

kwadraat afsplitsen

- $x^2 + px + q$ schrijven als $(x+r)^2 + s$
 - $x^2 + 2bx + b^2 = (x+b)^2$ en $x^2 - 2bx + b^2 = (x-b)^2$ gebruiken voor kwadraat afsplitsen
 - splits het kwadraat af van $x^2 + 2bx$
herschrijf tot $x^2 + 2bx + b^2 - b^2 = (x+b)^2 - b^2$
 - voorbeelden kwadraat afsplitsen*
 - $x^2 + 6x = x^2 + 6x + 9 - 9 = (x+3)^2 - 9$
 - $x^2 - 8x + 5 = x^2 - 8x + 16 - 16 + 5 = (x-4)^2 - 16 + 5 = (x-4)^2 - 11$

1.6 ga na welke functies hetzelfde zijn

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)(x-3) & g(x) &= \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x} & h(x) &= \sqrt{4x-16} \\ i(x) &= \frac{3}{x} + \frac{2x}{5} & j(x) &= \frac{3x^2 + x + 3}{x+1} & k(x) &= 2\sqrt{x-4} \\ l(x) &= 0,5\sqrt{8x-32} & m(x) &= \frac{3+2x}{x+5} & n(x) &= 3x-2 + \frac{5}{x+1} \\ o(x) &= 2 - \frac{7}{x+5} & p(x) &= \sqrt{4x} - \sqrt{16} \end{aligned}$$

- *Herschrijf de functies en ga na welke formules hetzelfde zijn.*

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = g(x) = \frac{x(x^2 - 2x - 3)}{x} = x^2 - 2x - 3 \text{ mits } x \neq 0$$

$$h(x) = \sqrt{4x-16} = \sqrt{4(x-4)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x-4} = k(x)$$

$$l(x) = \sqrt{0,5^2 \cdot 8x-32} = \sqrt{0,25 \cdot 8x-32} = \sqrt{2x-8}$$

$$p(x) = 2\sqrt{x} - 4$$

$$i(x) = \frac{3}{x} + \frac{2x}{5} = \frac{5 \cdot 3}{5x} + \frac{2x \cdot x}{5x} = \frac{15+2x^2}{5x}$$

$$o(x) = 2 - \frac{7}{x+5} = \frac{2(x+5)}{(x+5)} - \frac{7}{x+5} = \frac{2x+3}{x+5} = m(x) = \frac{3+2x}{x+5}$$

$$n(x) = 3x-2 + \frac{5}{x+1} = \frac{(3x-2)(x+1)}{(x+1)} + \frac{5}{x+1} = \frac{3x^2+x+3}{x+1} = j(x)$$

Conclusie: $f(x) = g(x)$ mits $x \neq 0$, $h(x) = k(x)$, $o(x) = m(x)$ en $n(x) = j(x)$

Let op: $p(x) \neq h(x)$ want $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Controleer je antwoord door de grafieken op de grafische rekenmachine te plotten; grafieken die hetzelfde zijn, vallen samen.

1.7 werk haakjes weg en vereenvoudig zo ver mogelijk

$$a \quad 2x^4(3+5y-x^2) + (x^2)^3 - 6x^4 =$$

$$b \quad a^3b^2(8+3a+b^2+3a^2b^3) + 5a^3b^2 + 7a^5b^5 =$$

$$a \quad 2x^4(3+5y-x^2) + (x^2)^3 - 6x^4 = 6x^4 + 10x^4y - 2x^6 + x^6 - 6x^4 = 10x^4y - x^6$$

$$b \quad a^3b^2(8+3a+b^2+3a^2b^3) + 5a^3b^2 + 7a^5b^5 = 8a^3b^2 + 3a^4b^2 + a^3b^4 + 3a^5b^5 + 5a^3b^2 + 7a^5b^5 = \\ (8a^3b^2 + 5a^3b^2) + 3a^4b^2 + a^3b^4 + (3a^5b^5 + 7a^5b^5) = 13a^3b^2 + 3a^4b^2 + a^3b^4 + 10a^5b^5$$

1.8 herschrijf in de vorm (kwadraat afsplitsen) $(x \pm p)^2 \pm q$

$$a \quad x^2 + 10x + 25 =$$

$$b \quad x^2 - 12x =$$

$$c \quad x^2 + x + 5 =$$

$$d \quad A^2 + 6A =$$

$$a \quad x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$$

$$b \quad x^2 - 12x = x^2 - 12x + 36 - 36 = (x-6)^2 - 36$$

$$c \quad x^2 + x + 5 = x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 5 = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + 5 = (x + \frac{1}{2})^2 + 4\frac{3}{4}$$

$$d \quad A^2 + 6A = A^2 + 6A + 9 - 9 = (A+3)^2 - 9$$

2A Lineaire functies

functie algemeen

■ functies noteren

- **functievoorschrift** bijvoorbeeld $f(x) = 3x - 5$

- **vergelijking** bijvoorbeeld $y = 3x - 5$

■ domein het totaal van alle waarden die je in de formule mag invullen

- **grafisch** het domein bestaat uit alle waarden die op de horizontale as zijn terug te vinden

andere termen

- **verzameling originelen**

- **alle beginwaarden**

- **input**

■ bereik verzameling van alle functiewaarden

- **grafisch** het bereik bestaat uit alle waarden die op de verticale as zijn terug te vinden

andere termen

- **verzameling beelden**

- **alle uitkomsten**

- **output**

■ $f(a) = b$ b is de functiewaarde bij $x = a$

- (a, b) ligt op de grafiek van f

- a origineel, input, getal dat je invult, vaak de x -waarde

- b beeld, output, functiewaarde, uitkomst, vaak de y -waarde

intervalnotatie

■ gesloten haken het grensgetal doet mee

- $[a, b]$ betekent $a \leq x \leq b$

- **in de grafiek** wordt dit een dicht bolletje

■ open haken het grensgetal doet niet mee

- $\langle a, b \rangle$ betekent $a < x < b$

- **in de grafiek** wordt dit een open bolletje

■ een halve lijn geef je aan met een pijl en een open haak

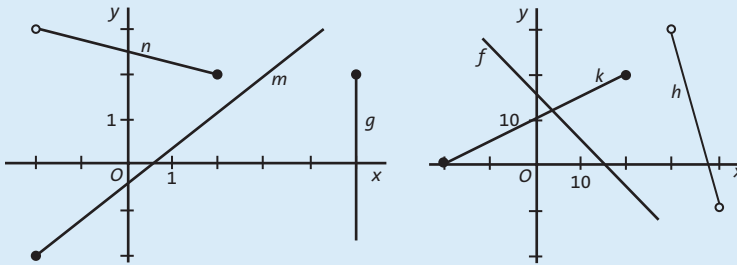
- $\langle a, \rightarrow \rangle$ betekent $x > a$

- $\langle \leftarrow, b \rangle$ betekent $x \leq b$

2.1 domein en bereik

Gegeven zijn de grafieken m, n, g, k, f en h :

- Bepaal met behulp van de grafieken bij elke figuur het domein en het bereik.



Het domein bestaat uit alle x -waarden en het bereik uit alle y -waarden.

grafiek	m	n	g	k	f	h
domein	$[-2, \rightarrow)$	$\langle -2, 2]$	$\{5\}$	$[-20, 20]$	$\mathbb{R}$	$\langle 30, 40\rangle$
bereik	$[-2, \rightarrow)$	$[2, 3]$	$\langle \leftarrow, 2]$	$[0, 20]$	$\mathbb{R}$	$\langle -10, 30\rangle$

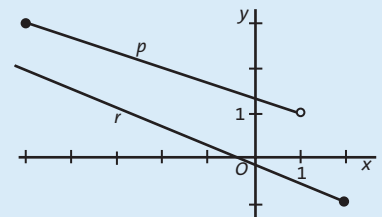
2.2 domein en bereik

- Teken een lijnstuk p met domein $[-5, 1]$ en bereik $\langle 1, 3]$ en een halve lijn r met domein $\langle \leftarrow, 2]$ en bereik $[-1, \rightarrow)$

p : loopt van $(-5, 3)$ (gesloten rondje) tot $(1, 1)$ (open rondje)

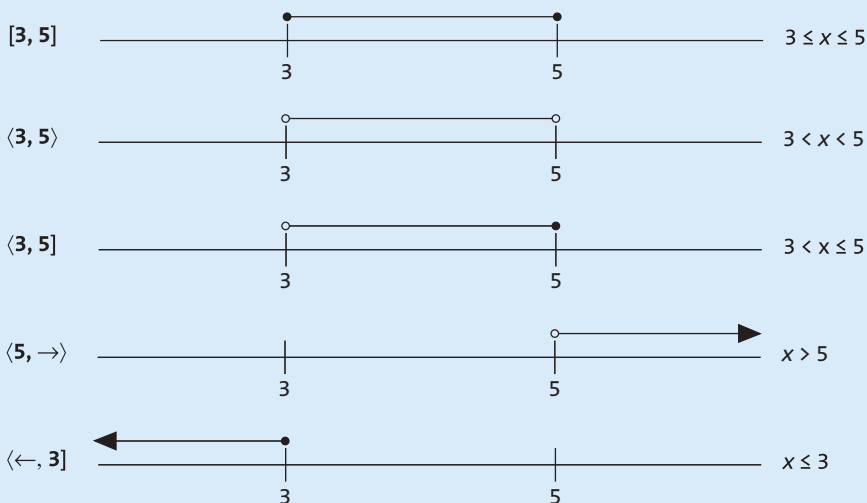
r : loopt vanaf $(2, -1)$ (gesloten rondje) naar links en omhoog.

Er zijn heel veel halve lijnen mogelijk.



2.3 intervalnotatie

- ga na dat de drie notaties overeen komen.



rechte lijn $y = r \cdot x + d$

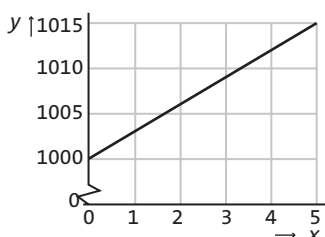
■ **grafiek schetsen**

- **teken snijpunt y-as**
- **ga na** of de lijn stijgt, daalt of horizontaal loopt

■ **grafiek tekenen**

- **teken een assenstelsel met schaalverdeling**
- **teken snijpunt y-as** $f(0) =$ uitrekenen
- **teken snijpunt x-as** $f(x) = 0$ oplossen
- **domein** $\mathbb{R}$
- **bereik** $\mathbb{R}$

- **scheurlijn of zaagtand** bij een gegeven grafiek wordt een scheurlijn gebruikt bijvoorbeeld bij een grote startwaarde zoals bij $y = 3x + 1000$



■ **eigenschappen van lineaire functie** of eerstegraads functie

- **de toename of afname** is steeds hetzelfde
- **grafiek** is een rechte lijn
- **vergelijking** is te schrijven in de vorm $y = rx + d$
- **vergelijking** is te schrijven als $px + qy = s$
- **vergelijking** is te schrijven als $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
 - snijpunt x-as is $(a, 0)$ en snijpunt y-as is $(0, b)$
- **functievoorschrift** $f(x) = rx + d$ (indien $r = 0$, dan loopt de grafiek van f horizontaal)
 - **d is beginwaarde** $(0, d)$ ligt op de grafiek

andere termen voor d

- **plaats waar de grafiek de y-as snijdt**
- **beginhoeveelheid** bij lineaire groeifuncties
- **startgetal**

toepassing

- **vaste kosten** bij kostenfuncties

■ **r is richtingscoëfficiënt** geeft aan hoe steil de grafiek is

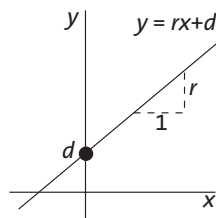
- **als x met 1 toeneemt dan neemt y met r toe**

andere termen voor r

- **helling**, hellingscoëfficiënt, hellingsgetal, richtingsgetal
- **gelijkmatige toename of afname** per tijdseenheid bij lineaire groeifuncties

toepassing

- **variabele kosten** per eenheid bij kostenfuncties; bijvoorbeeld $K = 0,3q + 80$ met 0,3 als variabele kosten per eenheid en 80 als vaste kosten



2.4 vergelijking

- Geef bij elk van de grafieken een vergelijking.

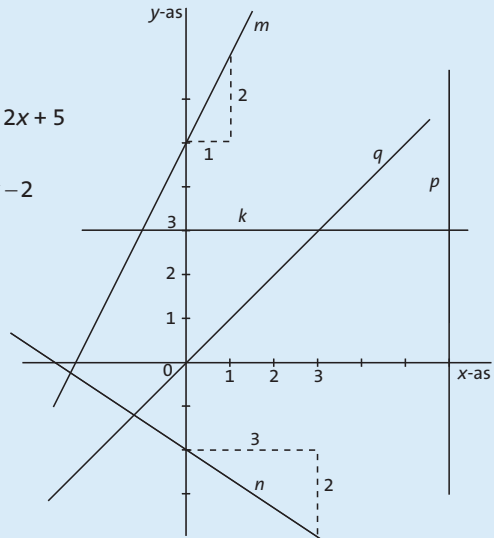
m : gaat door $(0, 5)$ en heeft als $rc = 2$ dus $y = 2x + 5$

n : gaat door $(0, -2)$ en $rc = -\frac{2}{3}$ dus $y = -\frac{2}{3}x - 2$

k : een horizontale lijn door $(0, 3)$ dus $y = 3$

p : een verticale lijn door $(6, 0)$ dus $x = 6$

q : een lijn door $(0, 0)$ met $rc = 1$ dus $y = x$



2.5 tekenen snijpunten assen

Gegeven zijn de vergelijkingen $l: y = -2x + 7$ en $m: 2x + 3y = s$

Lijn l snijdt de x -as in A en de y -as in B . Lijn m snijdt de x -as in P en de y -as in Q .

De driehoeken OAB en OPQ zijn even groot.

- Bereken de waarde van s .

Snijpunt x -as A : $-2x + 7 = 0$ dus $x = 3,5$

Snijpunt y -as B : $x = 0$ dus $y = 7$

Oppervlakte driehoek OAB is $0,5 \cdot 7 \cdot 3,5 = 12,25$

Snijpunt x -as P : $y = 0$ dus $2x = s$ dus $x = \frac{s}{2}$

Snijpunt y -as Q : $x = 0$ dus $3y = s$ dus $y = \frac{s}{3}$

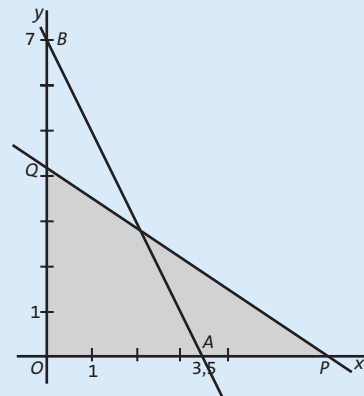
Oppervlakte driehoek OPQ (zie grijze driehoek

in de schets) is $\frac{1}{2} \cdot \frac{s}{2} \cdot \frac{s}{3} = \frac{s^2}{12}$

Oppervlakte OAB = oppervlakte OPQ dus $\frac{s^2}{12} = 12,25$

$s^2 = 12 \cdot 12,25 = 147$ conclusie: $s = \pm \sqrt{147}$

ga na dat er dus twee mogelijkheden zijn voor lijn m .



2.6 variabele kosten en vaste kosten

Installatietechniekbedrijf De Ruiter rekent behalve de voorrijkosten van 27 euro ook een bedrag van 17,50 euro per half uur.

- Bereken het bedrag dat De Ruiter rekent voor een klus van 2 uur.
- Een klus kost 132 euro. Bereken hoeveel uren De Ruiter voor deze klus gewerkt heeft.
- $B = 27 + 17,50 \cdot u$ (met B het te betalen bedrag en u het aantal halve uren werk).
 - $u = 4$ (namelijk 2 uur dus 4 halve uren)
 - $B = 27 + 17,50 \cdot 4 = 97$ euro
- $B = 27 + 17,50 \cdot u$ met $B = 132$ dus $132 = 27 + 17,50 \cdot u$
 dus $105 = 17,50 \cdot u$ dus $u = 105 : 17,50 = 6$
 Conclusie: dus 3 (hele) uren

examenbundel >

havo **Nederlands**
havo **Engels**
havo **Duits**
havo **Frans**
havo **Economie**
havo **Bedrijfseconomie**
havo **Maatschappijwetenschappen**
havo **Geschiedenis**
havo **Aardrijkskunde**
havo **Wiskunde A**
havo **Wiskunde B**
havo **Scheikunde**
havo **Biologie**
havo **Natuurkunde**

samengevat }

havo **Economie**
havo **Bedrijfseconomie**
havo **Maatschappijwetenschappen**
havo **Geschiedenis**
havo **Aardrijkskunde**
havo **Wiskunde A**
havo **Wiskunde B**
havo **Scheikunde**
havo **Biologie**
havo **Natuurkunde**
havo/vwo **Nederlands 3F/4F**
havo/vwo **Rekenen 3F**

Tips, tricks en informatie die jou helpen bij het slagen voor je eindexamen vind je op examenbundel.nl! Nog meer kans op slagen? Volg ons ook op social media. #geenexamenstress



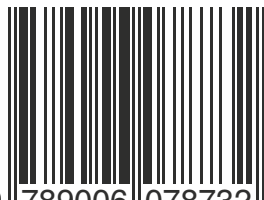
examenidroom + examenbundel + samengevat + zeker slagen! = #geenexamenstress

examenidroom

havo **Engels**
havo **Duits**
havo **Frans**

zeker slagen !

voor vmbo, havo én vwo



9 789006 078732